

Sudoku: (Wie) Findet der Computer eine Lösung?

1. Schritt: Sudoku spielen und kennenlernen

7		2		4	6	
6				8	9	
2		8		7	1	5
8	4		9	7		
7	1				5	9
		1	3	4	8	
6	9	7		2		8
	5	8			6	
4	3		8		7	

Regeln:

- Sudoku wird auf einem 9x9-Feld gespielt.
- Ziel ist, alle 81 Felder mit den Zahlen 1 bis 9 zu füllen.
- In jeder Zeile darf jede Zahl 1 bis 9 nur einmal vorkommen.
- In jeder Spalte darf jede Zahl 1 bis 9 nur einmal vorkommen.
- In jedem 3x3-Block darf jede Zahl 1 bis 9 nur einmal vorkommen.
- Die vorgegebenen Zahlen dienen als Hinweise; es wird logisch und ohne Raten gelöst.



- Sudoku spielen
- Vorgehen dokumentieren

2. Schritt: Operationalisierung und Modellierung

a) Den allgemeinen Backtracking-Algorithmus auf das konkrete Problem anwenden



- Den **Algorithmus** `backtrack_all()` auf Sudoku übertragen
- Überlegen, welche Begriffe wie operationalisiert werden können, und den Algorithmus als **Pseudocode** darstellen
- Mit **Stuktog** den Backtrack-Algorithmus als **Struktogramm** darstellen
- Sinnvolle **Methoden** der Klasse SudokuSpiel entwickeln
- Mit **UMLetino** ein **Implementationsdiagramm** für die Klasse SudokuSpiel entwerfen

`backtrack_all()`

FALLS die partielle Lösung eine vollständige Lösung ist
merke die partielle Lösung

Betrachte die nächstmögliche partielle Lösung

DURCHLAUFE alle möglichen Erweiterungen aus dieser
partiellen Lösung

FALLS die mögliche Erweiterung zulässig ist
Füge die mögliche Erweiterung der partiellen Lösung hinzu
`backtrack_all()` //partielle Lösung mit möglicher Erweiterung
mache die mögliche Erweiterung wieder rückgängig

`backtrack_sudoku()`

FALLS das Sudoku **vollständig ausgefüllt** ist
merke die vollständige Lösung

Wähle das nächstmögliche **leere Feld**

DURCHLAUFE alle möglichen Zahlen 1 bis 9

FALLS die Zahl im Feld **zulässig** ist
Trage die Zahl ein
`backtrack_all()`
Mache die Eintragung wieder rückgängig

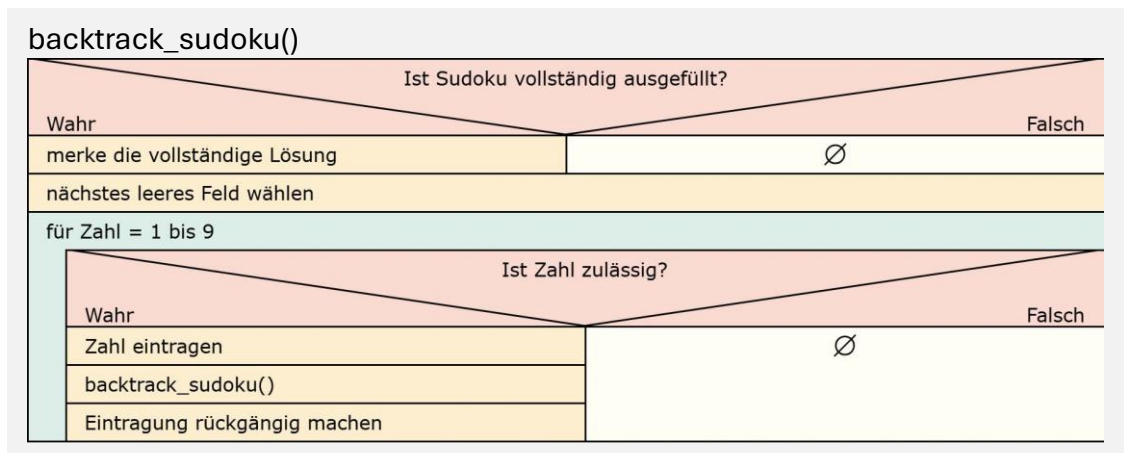
●: zu operationalisierende Begriffe

b) Den Sudoku-Algorithmus in Pseudocode reformulieren

<p>backtrack_all()</p> <p>FALLS das Sudoku vollständig ausgefüllt ist merke die vollständige Lösung</p> <p>Wähle das nächstmögliche leere Feld</p> <p>DURCHLAUFE alle möglichen Zahlen 1 bis 9</p> <p>FALLS die Zahl im Feld zulässig ist Trage die Zahl ein backtrack_all() Mache die Eintragung wieder rückgängig</p>	<p>sudoku_backtracking()</p> <p>FALLS kein leeres Feld mehr existiert: Lösung merken</p> <p>WAEHLE ein leeres Feld (z, s) //z: Zeile, s: Spalte</p> <p>für jede Zahl x in {1, 2, ..., 9}: falls x in (z, s) erlaubt ist: setze Feld (z, s) = x sudoku_backtracking() setze Feld (z, s) wieder auf leer</p>
--	--

c) benötigte Datenstrukturen, Methoden und Klassen ableiten

SudokuSpiel
<ul style="list-style-type: none"> - spielfeld: int[][] - gemerkteLoesung: int[][] - loesungGefunden: boolean
<ul style="list-style-type: none"> + sudokuSpiel(startbelegung: int[][]) + loeseSudoku():boolean + gibLoesungZurueck(): int[][] - backtrack_sudoku() - istVollständigAusgefüllt(): boolean - findeNaechstesLeeresFeld(): int[] - istZahlZulaessig(zeile: int, spalte: int, zahl: int): boolean - kopiereFeld(original: int[][]): int[][]



Methode	Aufgabe / Funktion
SudokuSpiel(int[][] startbelegung)	Konstruktor; übernimmt die Startbelegung und speichert sie intern als aktuelles Sudoku-Feld.
loeseSudoku()	Startet den Lösungsprozess und ruft die rekursive Backtracking-Methode auf. Gibt zurück, ob eine Lösung gefunden wurde.
gibLoesungZurueck()	Liefert die gemerkte vollständige Lösung als 9x9-Feld zurück.
backtrack_sudoku()	Zentrales rekursives Backtracking-Verfahren: prüft Vollständigkeit, wählt ein leeres Feld, testet Zahlen von 1 bis 9, trägt zulässige Zahlen ein, ruft sich rekursiv auf und macht Einträge wieder rückgängig.
istVollstaendigAusgefuehlt()	Prüft, ob das Sudoku-Feld keine leeren Felder mehr enthält.
findeNaechstesLeeresFeld()	Sucht das nächste leere Feld im Sudoku, zeilenweise von links oben nach rechts unten.
istZahlZulaessig(int zeile, int spalte, int zuPruefendeZahl)	Prüft, ob eine Zahl an einer bestimmten Position nach Sudoku-Regeln erlaubt ist.
kopiereFeld(int[][] original)	Erzeugt eine Kopie des 9x9-Sudoku-Feldes.

3. Schritt: das Sudoku-Spiel programmieren



- Sudoku mit der Demoversion spielen
- Das SudokuRaster herunterladen und an den drei gekennzeichneten Stellen vervollständigen

Demoversion (gezippte Datei, vor dem Gebrauch entpacken)

<https://feg.one/6s0>

Raster (gezippte Datei, vor dem Gebrauch entpacken)

<https://feg.one/yky>

Mögliche Lösung (gezippte Datei, vor dem Gebrauch entpacken)

<https://feg.one/umm>

4. Schritt: ggf. Lernprogression überprüfen



- Konstruktor der Klasse SudokuSpiel erläutern
- Backtrack-Algorithmus als Struktogramm darstellen
- Im Code die Methode findeNaechstesLeeresFeld() analysieren
- Vertiefung: Code so erweitern, dass ein Rätselheft mit x Sudokus unterschiedlicher Schwierigkeit entsteht (Tipp: Die Schwierigkeit hängt von der Anzahl der vorgegebenen Zahlen ab.)